

1. (i)  $(\vec{r} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{r} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{r} \cdot \hat{k})\hat{k}$  का मान ज्ञात कीजिए।

Find the value of  $(\vec{r} \cdot \hat{i})\hat{i} + (\vec{r} \cdot \hat{j})\hat{j} + (\vec{r} \cdot \hat{k})\hat{k}$ .

- (ii) यदि  $\vec{a} = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$  और  $\vec{b} = 2t^2\hat{i} + 6t\hat{k}$

तब  $\int_0^1 \vec{a} \cdot \vec{b} dt$  का मान ज्ञात कीजिए।

If  $\vec{a} = t\hat{i} - t^2\hat{j} + (t-1)\hat{k}$  and  $\vec{b} = 2t^2\hat{i} + 6t\hat{k}$

then find the value of  $\int_0^1 \vec{a} \cdot \vec{b} dt$ .

- (iii) शंकव  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  का बिंदु  $\alpha$  पर स्पर्शी का

समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equation of tangent at the point  $\alpha$  of the

conic  $\frac{l}{r} = 1 + e \cos \theta$  is.

- (iv) उस लम्बवृतीय शंकु का समीकरण लिखिए जिसका अक्ष z-अक्ष एवं अर्धशीर्ष कोण  $\alpha$  है।

Write the equation of right circular cone, whose axis is z-axis and semi vertical angle is  $\alpha$ .

- (v) बिन्दु (1, 2, 3) पर शांकवज  $3x^2 - 4y^2 + 5z^2 = 32$  के स्पर्श तल का समीकरण लिखिए।

Write the equation of tangent plane of conicoids

$$3x^2 - 4y^2 + 5z^2 = 32 \text{ at the point } (1, 2, 3).$$

खण्ड-'ब'

### Section-'B'

(लघु उत्तरीय प्रश्न)

$5 \times 2 = 10$

(Short Answer Type Questions)

नोट : सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 2 अंकों का है।

Note : Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 2 marks.

इकाई-1

Unit-1

2. यदि  $\vec{r} = a \cos t \hat{i} + a \sin t \hat{j} + at \tan \alpha \hat{k}$  तब

$$\left[ \frac{d\vec{r}}{dt}, \frac{d^2\vec{r}}{dt^2}, \frac{d^3\vec{r}}{dt^3} \right] \text{ का मान ज्ञात कीजिए।}$$

If  $\vec{r} = a \cos t \hat{i} + a \sin t \hat{j} + at \tan \alpha \hat{k}$ , then find the

[ 5 ]

value of  $\left[ \frac{d\vec{r}}{dt} \frac{d^2\vec{r}}{dt^2} \frac{d^3\vec{r}}{dt^3} \right]$ .

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए—

$$\operatorname{div}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \operatorname{curl} \vec{A} - \vec{A} \cdot \operatorname{curl} \vec{B}$$

Prove that :

$$\operatorname{div}(\vec{A} \times \vec{B}) = \vec{B} \cdot \operatorname{curl} \vec{A} - \vec{A} \cdot \operatorname{curl} \vec{B}$$

इकाई-II

Unit-II

3. यदि

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} & \text{जब } t = 2 \\ 4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k} & \text{जब } t = 3 \end{cases}$$

तब दर्शाओ कि

[ 6 ]

$$\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$$

If

$$\vec{r}(t) = \begin{cases} 2\hat{i} - \hat{j} + 2\hat{k} & \text{when } t = 2 \\ 4\hat{i} - 2\hat{j} + 2\hat{k} & \text{when } t = 3 \end{cases}$$

then show that

$$\int_2^3 \vec{r} \cdot \frac{d\vec{r}}{dt} dt = 10$$

अथवा

Or

दर्शाइये कि

$$\iint_S (ax\hat{i} + by\hat{j} + cz\hat{k}) \cdot \hat{n} ds = \frac{4}{3}\pi(a+b+c)$$

जहाँ  $S$  गोले  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$  का पृष्ठ है।

Show that

$$\iint_S \left( ax\hat{i} + by\hat{j} + (zk)\cdot\hat{n} \right) ds = \frac{4}{3}\pi(a+b+c)$$

where  $S$  is the surface of the sphere  $x^2 + y^2 + z^2 = 1$ .

### इकाई-III

#### Unit-III

4. शंकवों के समीकरण ज्ञात करना जो दीर्घवृत्त  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$  से संनाभि है।

To find the equation of conics which are confocal with

the ellipse  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$ .

अथवा

Or

किसी शंकव में सिद्ध कीजिए कि लम्बरूप नाभिगत जीवाओं के व्युत्क्रमों का योग अचर होता है।

In a conic prove that the sum of the reciprocals of two perpendicular focal chords is constant.

### इकाई-IV

#### Unit-IV

5. उस शंकु का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसका शीर्ष  $(0, 0, 3)$  और आधार वक्र, वृत्त  $x^2 + y^2 = 4, z = 0$  है।

Find the equation of the cone whose vertex is  $(0, 0, 3)$  and base is the circle  $x^2 + y^2 = 4, z = 0$ .

अथवा

Or

उस बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसके जनक रेखाएँ x-अक्ष के समानान्तर हैं एवं वक्र  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1, lx + my + nz = p$  को प्रतिच्छेद करते हैं।

Find the equation of the cylinder where generating lines are parallel to x-axis and passing through the curve

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1, lx + my + nz = p.$$

### इकाई-V

#### Unit-V

6. वह प्रतिबन्ध ज्ञात कीजिए जबकि समतल  $lx + my + nz = p$

संकेन्द्र शांकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  का स्पर्श तल हो।

To find the condition that the plane  $lx + my + nz = p$

may touch the central conicoid  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$ .

अथवा

Or

दर्शाओ कि समतल  $x + 2y - 2z = 4$  परवलयज  $3x^2 + 4y^2 = 24z$  को स्पर्श करता है एवं स्पर्श बिन्दु ज्ञात कीजिए।

Show that the plane  $x + 2y - 2z = 4$  touches the paraboloid  $3x^2 + 4y^2 = 24z$  and find the point of contact.

खण्ड-'स'

### Section-'C'

(दीर्घ उत्तरीय प्रश्न)

$5 \times 5 = 25$

(Long Answer Type Questions)

**नोट :** सभी पाँच प्रश्नों के उत्तर दीजिए। प्रत्येक इकाई से एक प्रश्न करना अनिवार्य है। प्रत्येक प्रश्न 5 अंकों का है।

**Note :** Attempt all the five questions. One question from each unit is compulsory. Each question carries 5 marks.

इकाई-I

Unit-I

7. फलन  $\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  का दिशीय अवकलज बिन्दु

$P(1, 2, 3)$  पर रेखा  $PQ$  की दिशा में ज्ञात कीजिए जहाँ  $Q$  के निर्देशांक  $(5, 0, 4)$  है। [www.a2zSubjects.com](http://www.a2zSubjects.com)

Find the directional derivative of the function

$\phi = x^2 - y^2 + 2z^2$  at the point  $P(1, 2, 3)$  in the direction of the line  $PQ$  where the coordinates of  $Q$  is  $(5, 0, 4)$ .

[ 11 ]

अथवा

Or

सिद्ध कीजिए कि—

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} r^m \equiv \nabla \cdot \nabla r^m = m(m+1)r^{m-2}$$

Prove that :

$$\operatorname{div} \operatorname{grad} r^m \equiv \nabla \cdot \nabla r^m = m(m+1)r^{m-2}$$

इकाई-II

Unit-II

8. स्टोक्स प्रमेय का सत्यापन  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  के लिए कीजिए, जबकि समाकल को  $x = \pm a, y = 0, y = b$  से बने आयत के परिंतः लिया गया है।

Verify stoke's theorem for  $\vec{F} = (x^2 + y^2)\hat{i} - 2xy\hat{j}$  takenaround the rectangle bounded by  $x = \pm a, y = 0, y = b$ .

अथवा

Or

[ 12 ]

 $\oint_C [(xy + y^2)dx + x^2dy]$  के लिए समतल में ग्रीन प्रमेय का

सत्यापन कीजिए, जहाँ  $C$ ,  $y = x$  तथा  $y = x^2$  द्वारा परिभाषित क्षेत्र की परिसीमा है।

Verify Green's theorem in the plane for  $\oint_C [(xy + y^2)dx + x^2dy]$  where  $C$  is the closed curve of the region bounded by  $y = x$  and  $y = x^2$ .

इकाई-III

Unit-III

9. शंकव  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$  का अनुरेखण कीजिए एवं इसके नाभियों के निर्देशांक और नियता का समीकरण ज्ञात कीजिए।

Trace the conic  $9x^2 + 24xy + 16y^2 - 2x + 14y + 1 = 0$  and find the coordinates of its focus and the equation of directrix.

अथवा

Or

दर्शाओ कि दो शंकव

$$\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta \text{ और } \frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha) \text{ एक-दूसरे को}$$

स्पर्श करेगी यदि

$$l_1^2(1 - e_2^2) + l_2^2(1 - e_1^2) = 2l_1l_2(1 - e_1e_2 \cos \alpha)$$

Show the the two conics  $\frac{l_1}{r} = 1 + e_1 \cos \theta$  and

$\frac{l_2}{r} = 1 + e_2 \cos(\theta - \alpha)$  will touch one another if

$$l_1^2(1 - e_2^2) + l_2^2(1 - e_1^2) = 2l_1l_2(1 - e_1e_2 \cos \alpha)$$

इकाई-IV

Unit-IV

10. सिद्ध कीजिए कि समतल  $ax + by + cz = 0$  शंकु

yz + zx + xy = 0 को दो लम्बवत् रेखाओं में काटता है, यदि

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

Show that the plane  $ax + by + cz = 0$  cuts the cone  
 $yz + zx + xy = 0$  in two perpendicular lines if

$$\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 0.$$

अथवा

Or

उस लम्बवृत्तीय बेलन का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी त्रिज्या 2

है एवं अक्ष सरल रेखा  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$  है।

Find the equation of right circular cylinder whose radius

is 2 and axis is the line  $\frac{x-1}{2} = \frac{y}{3} = \frac{z-3}{1}$ .

इकाई-V

Unit-V

11. शंकवज  $ax^2 + by^2 + cz^2 = 1$  के नियामक गोले का समीकरण

ज्ञात कीजिए।

To find the equation of director sphere of the conicoid

$$ax^2 + by^2 + cz^2 = 1.$$

अथवा

Or

अतिपरवलयज  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  के बिन्दु

$(a \cos \alpha, b \sin \alpha, 0)$  से जाने वाले जनकों के समीकरण ज्ञात कीजिए।

Find the equations to the generators of the hyperboloid

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \text{ which passes through the point}$$

$$(a \cos \alpha, b \sin \alpha, 0).$$