

MP BOARD CLASS 11 PAPER 2013

गणित : कक्षा XI

समय : 3 घण्टा]

| पूर्णांक : 100

निर्देश— (i) सभी प्रश्न अनिवार्य हैं।

(ii) प्रत्येक प्रश्न के अंक उसके सम्मुख अंकित हैं।

1. प्रत्येक वस्तुनिष्ठ प्रश्न में चार विकल्प दिए गए हैं, विकल्पों में से सही उत्तर लिखिए— 5 × 1 = 5

(i) यदि a और b का समान्तर माध्य $\frac{a^{n+1} + b^{n+1}}{a^n + b^n}$ हो, तो $n = \dots\dots\dots$

(a) -1, (b) 2, (c) 1, (d) 0.

(ii) यदि दो संख्याओं का स.मा. और ह.मा. क्रमशः 9 और 36 हो तो गु.मा. होगा—

(a) 18, (b) 12,
(c) 16, (d) इनमें से कोई नहीं।

(iii) $\left(2x + \frac{1}{3x^2}\right)^9$ के विस्तार में x रहित पद का मान होगा—

(a) $\frac{8}{127}$, (b) $\frac{124}{81}$, (c) $\frac{1792}{9}$, (d) $\frac{256}{243}$.

(iv) असमीकरण $3x - 2 \leq 0$ का हल होगा—

(a) $[3, \infty]$, (b) $]-\infty, 2/3]$, (c) $[3, 2]$, (d) $[2, 3]$.

(v) e का मान किस के बीच होता है—

(a) $[1, 2]$, (b) $[2, 3]$, (c) $[0, 1]$, (d) $[-1, 0]$.

उत्तर—(i) (d), (ii) (a), (iii) (c), (iv) (b), (v) (b).

2. खण्ड (अ) में दिए गए प्रश्नों के उत्तर खण्ड (ब) से चुनकर उनके समक्ष लिखिए—

5 × 1 = 5

'अ'

'ब'

(i) बिन्दु $(3, 3\sqrt{3})$ और मूल बिन्दु की दूरी (a) $\frac{-7}{3}$

(ii) k के किस मान के लिए बिन्दु $(1, 4)$, $(k, -2)$ और $(-3, 16)$ सरेख हैं। (b) 2

(iii) बिन्दु $(3, 5)$ और $(-4, 2)$ को मिलाने वाली रेखा के लम्बवत् रेखा की प्रवणता (c) 3

- (iv) a के किस मान के लिए रेखाएँ $3x + y = 2$, $2x - y = 3$ और $ax + 2y = 3$ संपाती होंगी (d) 6
- (v) रेखा $x + y = 2\sqrt{2}$ की मूल बिन्दु से दूरी (e) 5
(f) $6\sqrt{3}$

उत्तर—(i) → (d), (ii) → (c), (iii) → (a), (iv) → (e), (v) → (b).

3. रिक्त स्थानों की पूर्ति कीजिए— $5 \times 1 = 5$

- (i) श्रेणी $\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \dots \infty$ का योग होगा।
- (ii) e एक संख्या है।
- (iii) e^{-3x} के विस्तार में तीसरा पद होगा।
- (iv) असमिका $x \geq 2$ और $y \geq 2$ की ग्राफ में स्थिति होगी।
- (v) असमीकरण $3x - 15 \leq 0$ का डोमेन होगा।

उत्तर—(i) $(e - 2)$, (ii) अपरिमेय, (iii) $\frac{9x^2}{2}$, (iv) प्रथम चतुर्थांश में, (v) ≤ 5 .

4. सत्य/असत्य लिखिए— $5 \times 1 = 5$

(i) यदि सम्भाव्य क्षेत्र रिक्त समुच्चय हो तो समस्या का एक निश्चित हल होता है।

(ii) $\left(3x - \frac{x^3}{9}\right)^9$ के प्रसार में पदों की संख्या 9 होती है।

(iii) $\left(\frac{a}{x} + bx\right)^{12}$ के प्रसार में मध्य पद $924 a^6 b^6$ होगा।

(iv) परवलय $x^2 = -16y$ की नाभि $(0, -4)$ होगी।

(v) एक वर्ग आव्यूह समशम कहलाता है यदि $A^2 = I$.

उत्तर—(i) असत्य, (ii) असत्य, (iii) सत्य, (iv) सत्य, (v) असत्य।

5. निम्नलिखित प्रश्नों के उत्तर एक शब्द में दीजिए— $5 \times 1 = 5$

(i) $1 + \frac{x}{1} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^3}{3} + \dots \infty$ का मान क्या है ?

(ii) उद्देश्य फलन के अधिकतम या न्यूनतम मान को क्या कहते हैं ?

(iii) $(102)^4$ का मान क्या होगा ?

(iv) $(1 - x)^{-3}$ के प्रसार में दूसरे पद का मान क्या है ?

(v) किसी त्रिभुज ABC में $a = 6$, $b = 8$, $c = 10$ हो तो $\sin 2A$ का मान क्या होगा ?

उत्तर—(i) e^x , (ii) इष्टतम (अथवा अनुकूलतम) मान, (iii) 108243216, (iv) $3/2x$,
(v) $24/25$.

6. यदि किसी समान्तर श्रेणी के प्रथम, द्वितीय तथा अन्तिम पद क्रमशः a , b तथा $2a$ हों तो

सिद्ध कीजिए कि उसका योगफल $\frac{3ab}{2(b-a)}$ होगा।

अथवा

यदि a, b, c समान्तर श्रेणी में हैं और b, c, d हरात्मक श्रेणी में हैं तो सिद्ध कीजिए कि $ad = bc$.

7. किसी गु. श्रे के 6 पदों का योगफल उसके प्रथम 3 पदों के योगफल का 9 गुना है। उसका सार्व अनुपात ज्ञात कीजिए ? 4

अथवा

यदि $x < 1$, तो श्रेणी $1 - 5x + 9x^2 - 13x^3 + \dots$ का अनन्त पदों तक जोड़ ज्ञात कीजिए।

8. सिद्ध कीजिए—
$$\left\{ \begin{bmatrix} 1 & \omega & \omega^2 \\ \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \omega & \omega^2 & 1 \\ \omega^2 & 1 & \omega \\ \omega & \omega^2 & 1 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 \\ \omega \\ \omega^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

जबकि $\omega, 1$ का घनमूल है तथा $1 + \omega + \omega^2 = 0$. 4

अथवा

निम्नांकित का प्रतिलोम ज्ञात कीजिए—
$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 3 & 4 \\ 1 & 4 & 3 \end{bmatrix}.$$

9. यदि चार बिन्दु A (6, 3), B (-3, 5), C (4, -2) तथा D (x, 3) हों :

तथा $\frac{\Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}}{\Delta DBC \text{ का क्षेत्रफल}} = \frac{1}{2}$ तो x का मान ज्ञात कीजिए। 4

अथवा

उस सरल रेखा का समीकरण ज्ञात कीजिए जो $4x - 3y + 7 = 0$ पर लम्ब है तथा उसके द्वारा अक्षों पर काटे गये अन्तःखण्डों का योग -7 है।

10. उस परवलय का समीकरण ज्ञात कीजिए जिसकी नाभि (1, 2) और नियता $x - y + z = 0$ है। 4

अथवा

दीर्घवृत्त $16x^2 + 25y^2 = 1600$ की बिन्दु $(5, 4\sqrt{3})$ की नाभीय दूरी ज्ञात कीजिए।

11. सिद्ध कीजिए— $\sin 20^\circ \cdot \sin 40^\circ \cdot \sin 80^\circ \cdot \sin 90^\circ = \frac{\sqrt{3}}{8}$. 4

अथवा

समीकरण का व्यापक हल ज्ञात कीजिए—

$$\sin \theta + \sin 2\theta + \sin 3\theta + \sin 4\theta = 0.$$

12. ΔABC में सिद्ध कीजिए— $\cos C = \frac{a^2 + b^2 - c^2}{2ab}$. 4

अथवा

ΔABC में सिद्ध कीजिए कि $a \cos A + b \cos B + c \cos C = 4R \sin A \sin B \sin C$.

13. $21 - 20i$ का वर्गमूल ज्ञात कीजिए। 5

अथवा

यदि $x = a + b, y = a\omega + b\omega^2, z = a\omega^2 + b\omega$ तो सिद्ध करो— $xyz = a^3 + b^3$.

14. समीकरण हल कीजिए—

5

$$\begin{aligned}xy + x + y &= 7 \\xz + x + z &= -5 \\yz + y + z &= -3.\end{aligned}$$

अथवा

यदि α और β समीकरण $3x^2 - 6x + 4 = 0$ के मूल हैं, तो $2\left(\frac{1}{\alpha} + \frac{1}{\beta}\right) + 3\alpha\beta$ का मान ज्ञात कीजिए।

15. सिद्ध कीजिए—

$$\begin{vmatrix} a+b+c & -c & -b \\ -c & a+b+c & -a \\ -b & -a & a+b+c \end{vmatrix} = 2(b+c)(c+a)(a+b). \quad 5$$

अथवा

$$\text{समीकरण हल कीजिए—} \begin{vmatrix} 3+x & 5 & 2 \\ 1 & 7+x & 6 \\ 2 & 5 & 3+x \end{vmatrix} = 0.$$

16. वृत्त $x^2 + y^2 - 2x + 8y - 23 = 0$ पर बाह्य बिन्दु $(8, -3)$ से खींची गई स्पर्श रेखाओं के समीकरण ज्ञात कीजिए।

अथवा

5

एक वृत्त का केन्द्र रेखा $2x - y = 3$ पर स्थित है तथा वृत्त बिन्दुओं $(3, -2)$ एवं $(-2, 0)$ से गुजरता है। इसका समीकरण ज्ञात कीजिए।

17. क्षैतिज धरातल पर एक मीनार खड़ी है। उसके ऊपर h ऊँचाई का एक स्तम्भ ऊर्ध्वाधर लगा हुआ है। धरातल के किसी बिन्दु पर स्तम्भ के आधार और शीर्ष के उन्नयन कोण α

और β हैं, सिद्ध कीजिए मीनार की ऊँचाई $\frac{h \tan \alpha}{\tan \beta - \tan \alpha}$ होगी।

अथवा

5

सूर्य का उन्नयन कोण जब 45° से 30° हो जाता है तो एक मीनार की छाया क्षैतिज तल पर 50 मीटर अधिक लम्बी हो जाती है। सिद्ध कीजिए कि मीनार की ऊँचाई $25(1 + \sqrt{3})$ मीटर है।

18. निम्नांकित सारणी के लिए माध्यिका के सापेक्ष माध्य विचलन ज्ञात कीजिए—

5

वर्ग-अन्तराल	0-10	10-20	20-30	30-40	40-50
बारम्बारता	5	8	15	16	6

अथवा

निम्नांकित आँकड़ों के लिए मानक विचलन एवं विचरण गुणांक ज्ञात कीजिए—

x	10	12	14	16	18	20	22
f	3	5	9	16	8	7	2

19. यदि $P(2n+1, n-1) : P(2n-1, n) = 3 : 5$ हो तो n का मान ज्ञात कीजिए। 5
अथवा

14 खिलाड़ियों में से 11 खिलाड़ियों की क्रिकेट टीम को कितने प्रकार से बनाया जा सकता है जबकि— (a) कप्तान अवश्य शामिल रहे, (b) दो तेज गेंदबाज अवश्य शामिल किये जायें।

20. समीकरण $x^2 + 2xy \sec \theta + y^2 = 0$ द्वारा निरूपित रेखाओं के समीकरण ज्ञात करो तथा उनके बीच कोण भी ज्ञात कीजिए। 6

अथवा

सिद्ध कीजिए कि सरल रेखाओं $ax^2 + 2hxy + by^2 = 0$ और $lx + my + n = 0$ से घिरे त्रिभुज का क्षेत्रफल $\frac{n^2 \sqrt{h^2 - ab}}{am^2 - 2hlm + bl^2}$ है।

21. यदि $A + B + C = \pi$, तो सिद्ध कीजिए— 6
 $\cos 2A + \cos 2B + \cos 2C = -1 - 4 \cos A \cos B \cos C.$

अथवा

सिद्ध कीजिए— $\frac{\sin A - \sin 5A + \sin 9A - \sin 13A}{\cos A - \cos 5A - \cos 9A + \cos 13A} = \cot 4A.$
